L'ELLISSE e RETTE

Posizione reciproca retta-ellisse

1) Secante: la retta interseca l'ellisse in due punti distinti
   ⇨ Mettendo a sistema l'equazione della retta e quella dell'ellisse otteniamo un'equazione risolvente di secondo grado in cui il **discriminante** è **strettamente maggiore di zero** ($\Delta > 0$)

2) Tangente: la retta interseca l'ellisse in un sol punto
   ⇨ Mettendo a sistema l'equazione della retta e quella dell'ellisse: **discriminante** è **uguale a zero** ($\Delta = 0$)

3) Esterna: la retta non interseca l'ellisse
   ⇨ Mettendo a sistema l'equazione della retta e quella dell'ellisse: **discriminante** è **strettamente minore di zero** ($\Delta < 0$)

Condurre le tangenti da un punto

- P esterno all'ellisse $\rightarrow$ è possibile condurre 2 rette tangenti all'ellisse
- P appartenente all'ellisse $\rightarrow$ è possibile condurre un'unica tangente all'ellisse
- P interno all'ellisse $\rightarrow$ NON è possibile condurre tangenti all'ellisse

ALGEBRICAMENTE

$P(x_0\,, y_o)$ $\rightarrow$ metto a sistema l'equazione dell'ellisse con il fascio di rette improprio

generato da P $\rightarrow$ $\boldsymbol{y = m\,(x_0 - x) - y_0}$

⇨ Si impone che il discriminante dell'equazione risultante sia nullo ($\Delta_{(m)} = 0$)

⇨ $\Delta_{(m)}$ è un'equazione di secondo grado in m:

- $\Delta_{(m)} > 0$ $\rightarrow$ le soluzioni $m_1 \neq m_2$ $\rightarrow$ esistono 2 rette tangenti
- $\Delta_{(m)} = 0$ $\rightarrow$ le soluzioni $m_1 = m_2$ $\rightarrow$ esiste una sola retta tangente
- $\Delta_{(m)} < 0$ $\rightarrow$ non esistono soluzioni reali $\rightarrow$ non esistono rette tangenti all'ellisse

Caso particolare

Se $P(x_0\,, y_o)$ appartiene all'ellisse, allora la retta tangente a quest'ultima e passante per P ha un'equazione che si può ricavare mediante la formula di sdoppiamento:

$$\frac{x \cdot x_o}{a^2} + \frac{y \cdot y_o}{b^2} = 1$$

Trasformazioni geometriche

Traslazione

Dato un vettore $\vec{v}\ (p, q)$, otteniamo l'equazione dell'ellisse traslata:

$$\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(x-q)^2}{b^2} = 1$$

Dilatazione a partire da una circonferenza

Data una circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 1$ e la dilatazione di equazione $\begin{cases} x' = ax \\ y' = by \end{cases}$ otteniamo l'equazione inversa in cui $\begin{cases} x = \frac{x\prime}{a} \\ y = \frac{y\prime}{b} \end{cases}$.

Infatti, sostituendo nell'equazione della circonferenza i valori delle variabili x , y appena individuate, risulta l'equazione canonica dell'ellisse.