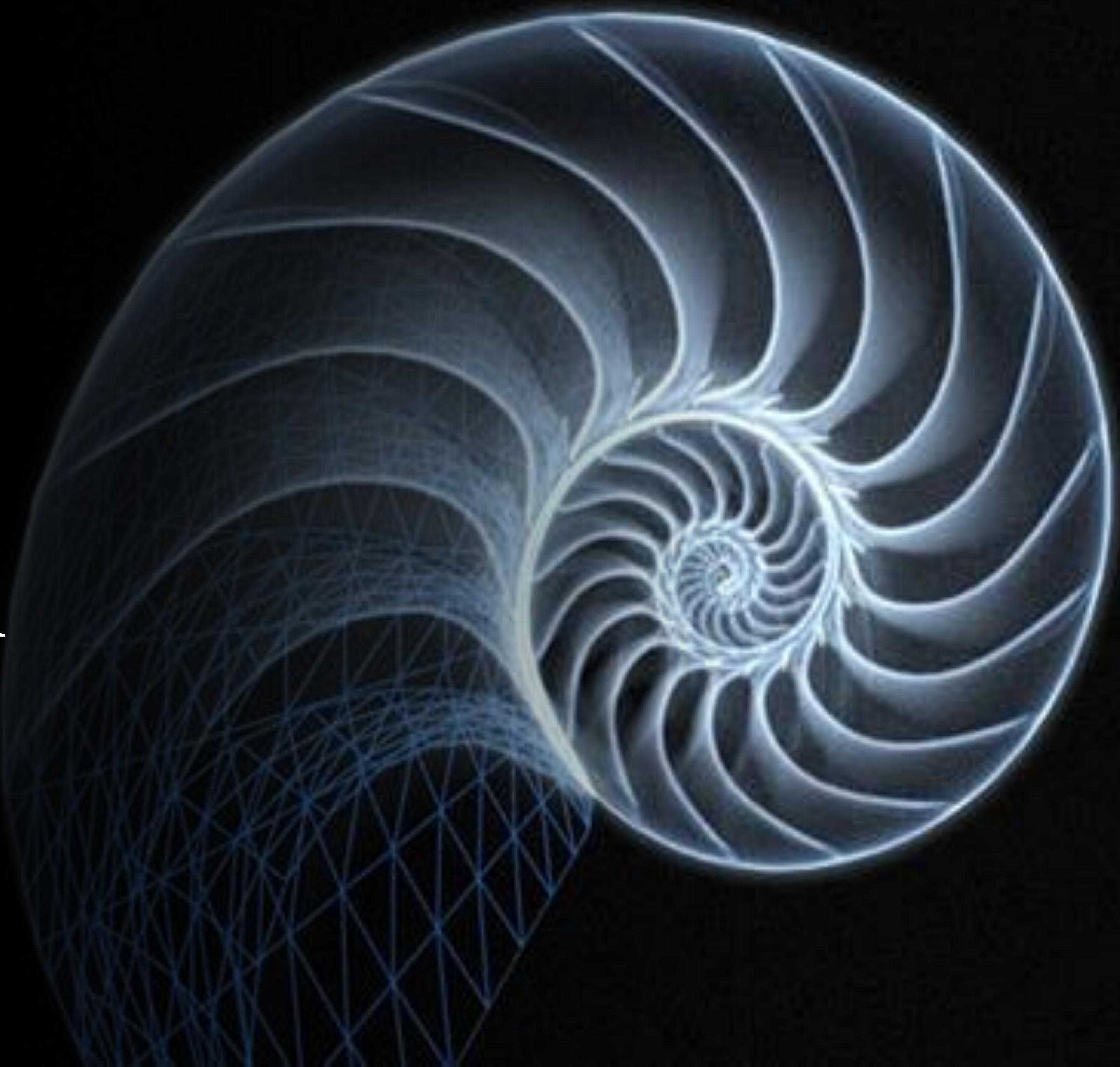
LA
SEZIONE AUREA

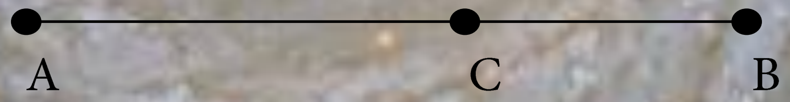


CHE COS' È LA SEZIONE AUREA?

SI DICE SEZIONE AUREA LA PARTE MEDIA PROPORZIONALE TRA L'INTERO SEGMENTO E LA PARTE RIMANENTE

IN SIMBOLI:

CONSIDERANDO UN SEGMENTO AB CON UN PUNTO C INTERNO



$$AB : AC = AC : BC$$

ESEMPIO:

A C B

PONIAMO AB =6 , AC=3,71 E BC=2,29

$$\frac{AB}{AC}=1,62$$

$$\frac{AC}{BC}=1,62$$

QUINDI AC È SEZIONE AUREA DI AB

SEMPLIFICHIAMO LA PROPORZIONE:

Dati: AB=l Condizioni: c∈AB , $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB}$

Obbiettivo: AC

Poniamo AC=x: C.E. $l \neq x; x \neq 0$

$$\frac{l}{x} = \frac{x}{l-x} \rightarrow \frac{l(l-x)}{x(l-x)} = \frac{x^2}{x(l-x)} \rightarrow l^2 - lx = x^2 \rightarrow x^2 + lx - l^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-l \pm \sqrt{l^2 - 4l^2}}{2} \rightarrow \frac{-l \pm \sqrt{5l^2}}{2} \rightarrow \frac{-l \pm l\sqrt{5}}{2}$$

essendo che stiamo parlando di segmenti possiamo escludere il valore negativo, quindi:

$$x = \frac{\left(-1+\sqrt{5}\right)l}{2} \approx 0{,}62l$$

Controllo accettabilità: sol accettabile dato che→ $0 < 0{,}62l < l$

LA SEZIONE AUREA DI UN SEGMENTO DI MISURA l È

$$\frac{\left(-1+\sqrt{5}\right)l}{2}$$

SI PUÒ DISEGNARE CON RIGA E COMPASSO?

Essendo che $\frac{(-1+\sqrt{5})l}{2}$ può essere anche scritta come

$$\sqrt{l^2+\left(\frac{1}{2}l\right)^2}$$

cioè la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo dove un lato è il doppio dell'altro

Ora possiamo disegnare la sezione aurea di un segmento con geogebra

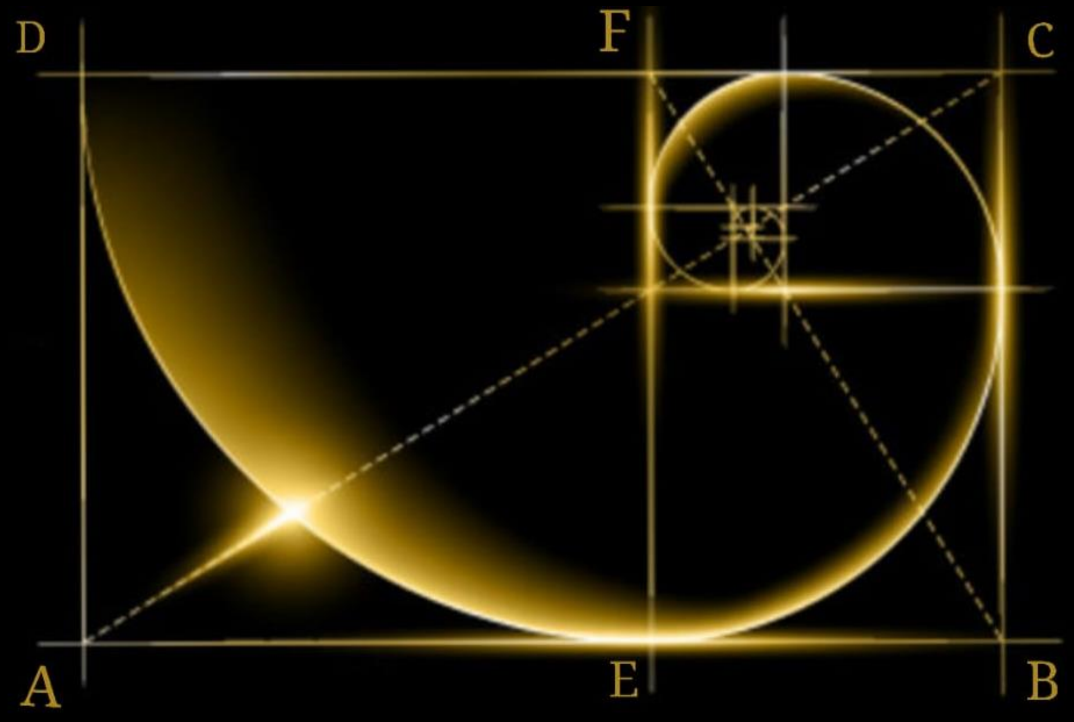
APPLICAZIONI DELLA SEZIONE AUREA

IL RETTANGOLO AUREO:

- Un rettangolo avente lato ≅ sezione aurea dell'altro
- Su un lato AD di un rettangolo aureo ABCD si costruisce un quadrato AEFD
- Il rettangolo FEBC rimanente sarà anch'esso aureo
- Essendo che FEBC è ancora un rettangolo aureo avremo che:

ABCD ~ FEBC

- Proprietà unica del rettangolo aureo
- Dal rettangolo FEBC tagliamo un quadrato di lato FC otteniamo un nuovo rettangolo aureo
- Continuando così e tracciando un quarto di circonferenza per ogni quadrato otteniamo una spirale detta «spirale logaritmica» o «spirale d'oro»
- Unico tipo di spirale che, allungandosi, mantiene sempre la stessa forma



APPLICAZIONI DELLA SEZIONE AUREA

IL TRIANGOLO AUREO AUREO:

- Triangolo isoscele il cui angolo al vertice è di 36° $\Rightarrow$angoli alla base 72° e 72°
- Bisettrice divide $OA|OP$ *sezione aurea* OA per teorema della bisettrice:

DIM:

$$AP: OP = AB: OB$$

$$D'altra\ parte\ AB \cong BP \cong OP$$

$$dato\ che\ i\ triangoli\ ABP\ e\ BPO\ sono\ isoscli$$

$$quindi:$$

$$AP: OP = OP: OA\ di\ conseguenza \rightarrow OP\ \text{è}\ sezione\ aurea\ di\ OA$$

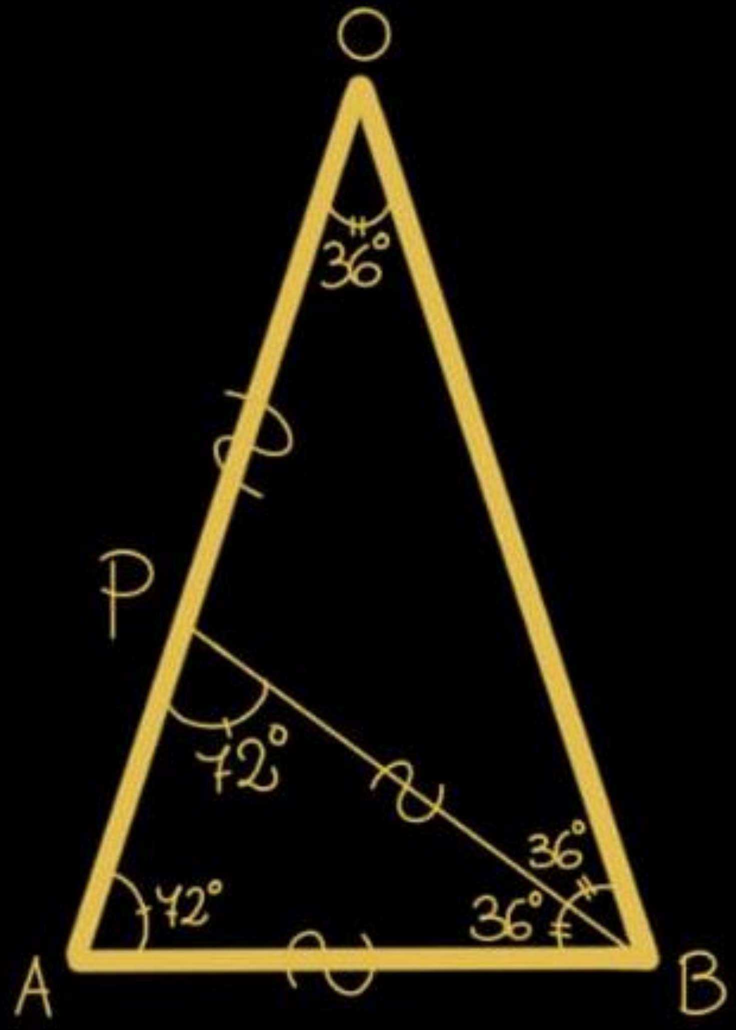
$$ma\ OP \cong AB$$

$$\Rightarrow in\ un\ triangolo\ isoscele\ con\ angolo\ al\ vertice\ \cong 36^\circ$$

$$base \cong sezione\ area\ lato\ obliquo$$

$$quindi$$

$$AP: OP = AB: OB$$

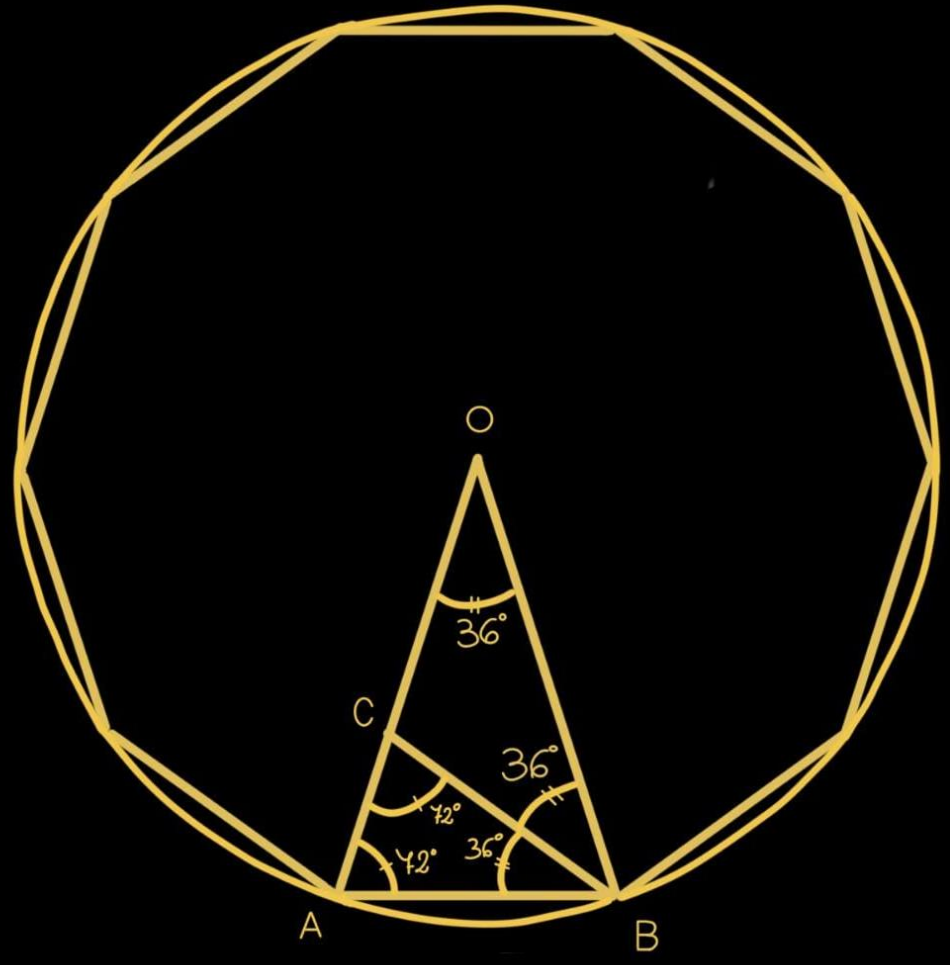


APPLICAZIONI DELLA SEZIONE AUREA

IL TRIANGOLO AUREO AUREO E IL DECAGONO REGOLARE:

- Lato congruente alla sezione aurea del raggio
- Tracciando raggi dal centro della circonferenza in cui è inscritto fino ai vertici
- Si ottengono triangoli isosceli aurei
- Detta l_{10} il lato del decagono regolare e r il raggio della circonferenza in cui è inscritto

$$l_{10} = \frac{r(-1\sqrt{5})}{2}$$



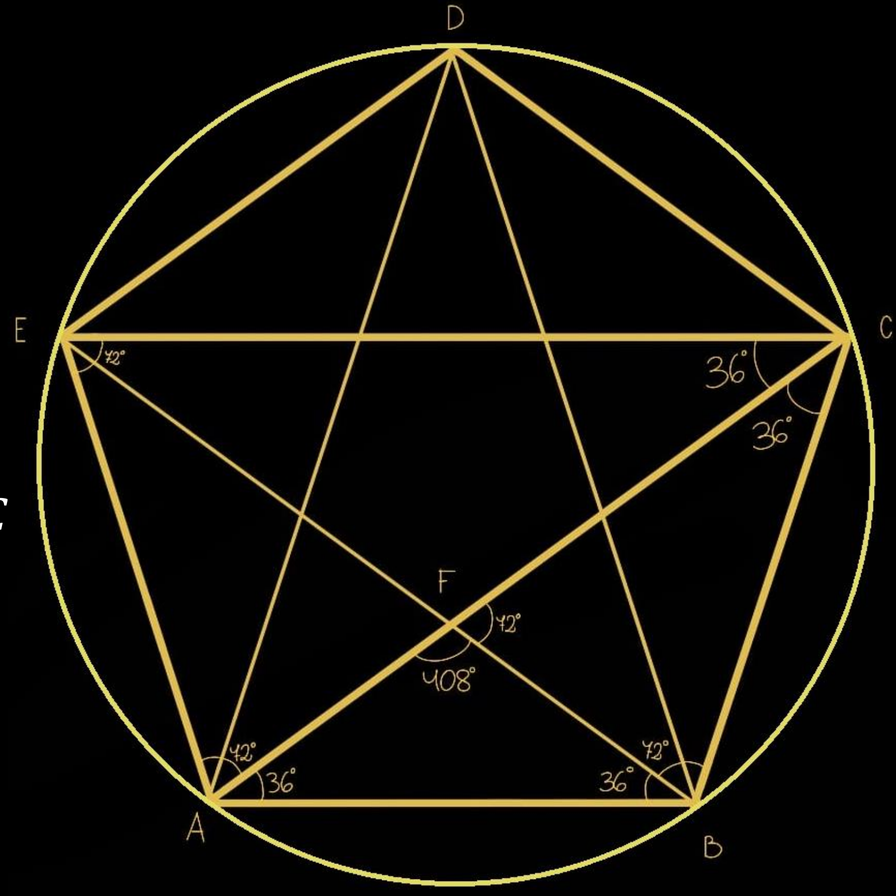
APPLICAZIONI DELLA SEZIONE AUREA

IL TRIANGOLO AUREO AUREO E IL PENTAGONOREGOLARE:

- Disegnamo pentagono regolare ABCDE inscritto in una circonferenza e tutte le sue diagonali
- Angoli interni di un pentagono regolare ≅ 108°
- Diagonali dividono in tre angoli interni
- Insistono su archi congruenti quindi sono anch'essi congruenti quindi di 36°
- Si riconosce, quindi, che il triangolo ACE è aureo⇒ EA ≅ $sezione\ aurea\ AC$
  - $n\ un\ pentagono\ regolare, il\ lato$ è $congruente\ alla\ sezione\ aurea\ delle\ diagonali$

- Anche il triangolo FCB è aureo quindi $FB \cong sezione\ aurea\ FC$
- Però $FA \cong FB \Rightarrow FA \cong sezione\ aurea\ di\ FC$

$In\ un\ pentagono\ regolare, due\ diagonali\ si\ dividono\ in\ segmenti\ tali\ che\ il\ minore\ sia\ congruente\ alla\ sezione\ aurea\ del\ maggiore$



IL NUMERO D'ORO

È il rapporto tra la misura del segmento e la misura della sua sezione aurea:

$$\varphi$$

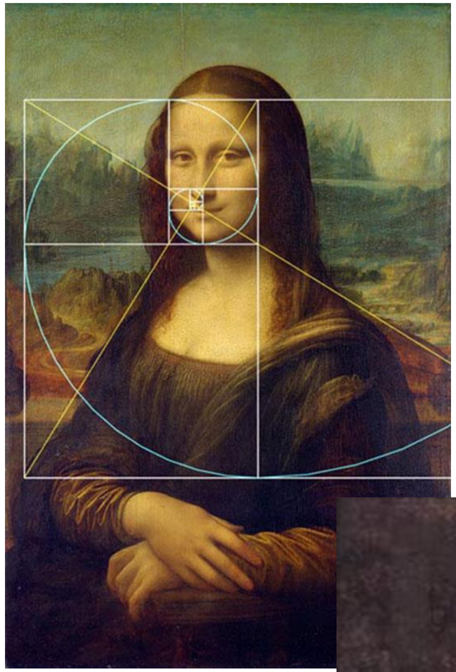
$$\varphi = \frac{l}{\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}l} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}61803$$

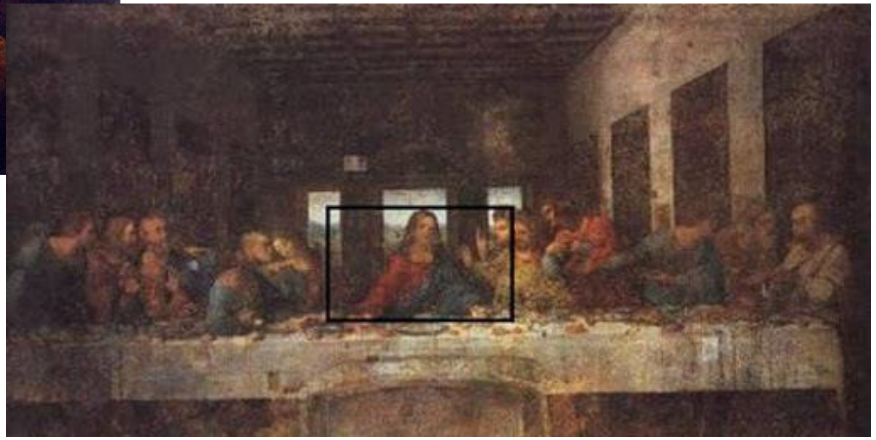
Questo numero è molto utilizzato non solo in geometria ma anche nell'arte

Nell’architettura il rettangolo aureo è molto apprezzato, come anche nell’arte, per le sue proporzioni.

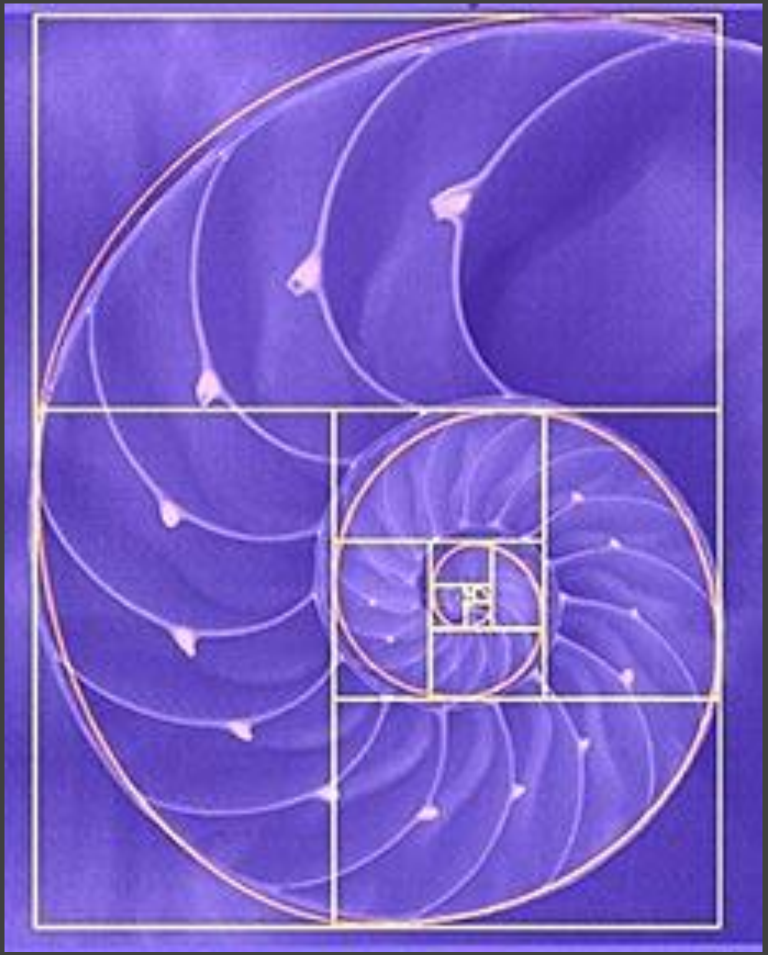
- Un esempio è il partenone, nel quale si possono riconoscere molti rettangoli aurei tra cui quelli in figura

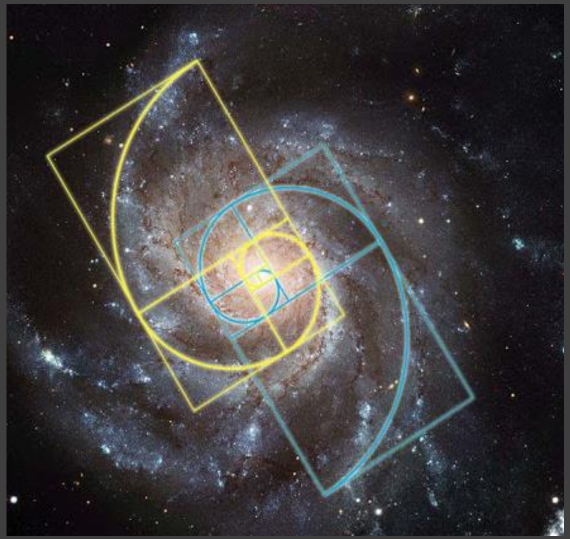
Il numero d’oro si trovo anche nelle finestre di palazzi rinascimentali e in dipinti famosi

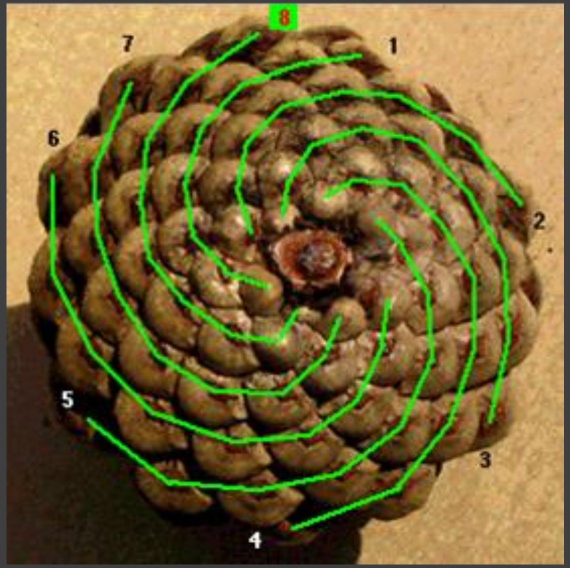




- Il volto della “Gioconda” racchiuso in un triangolo aureo
- Gesù nell’ “Ultima cena” è racchiuso in un triangolo aureo

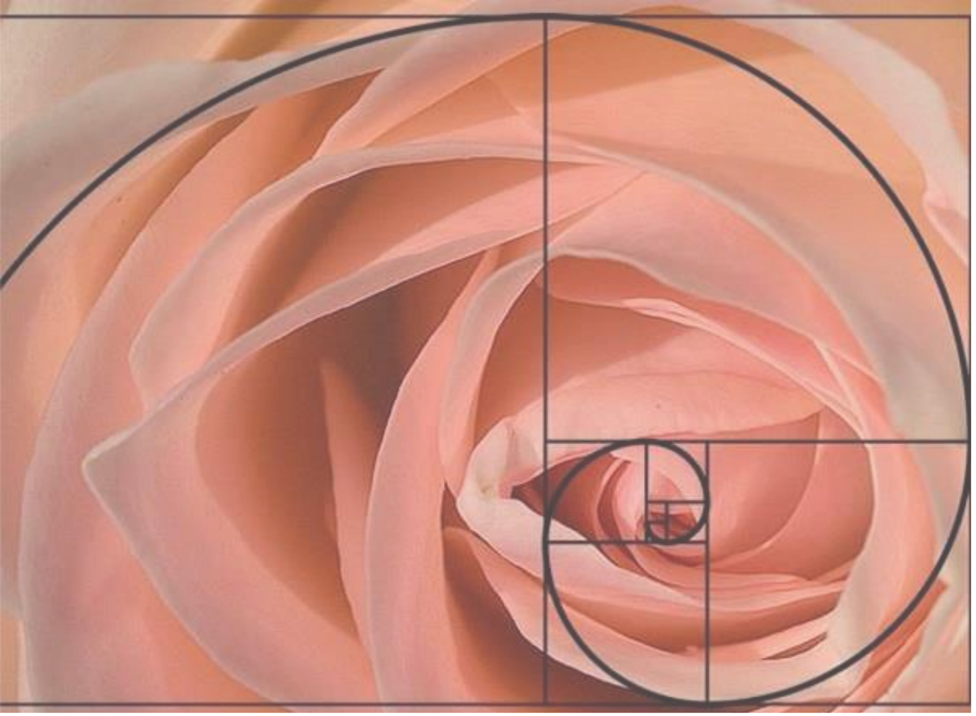


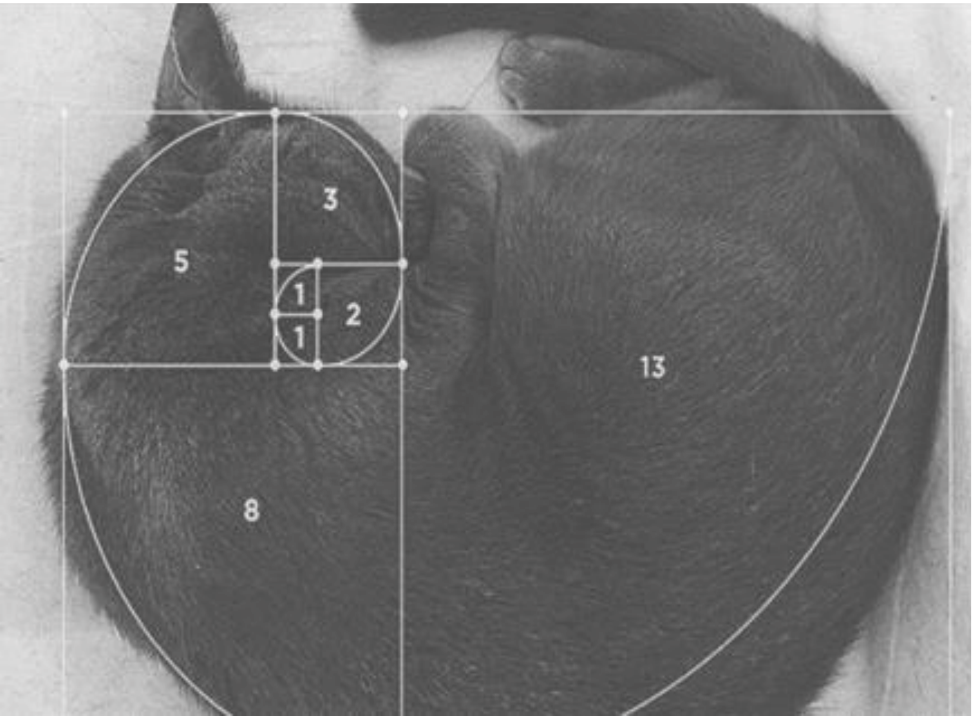
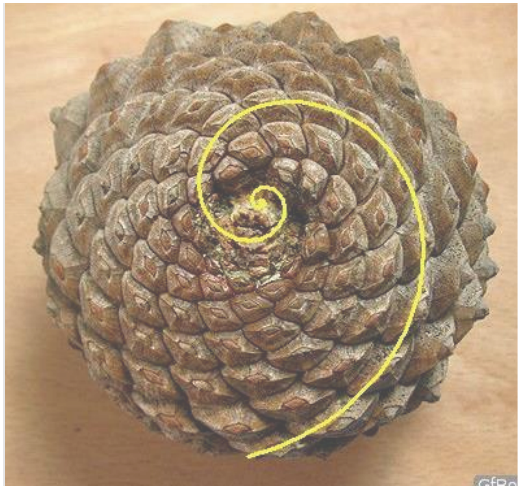


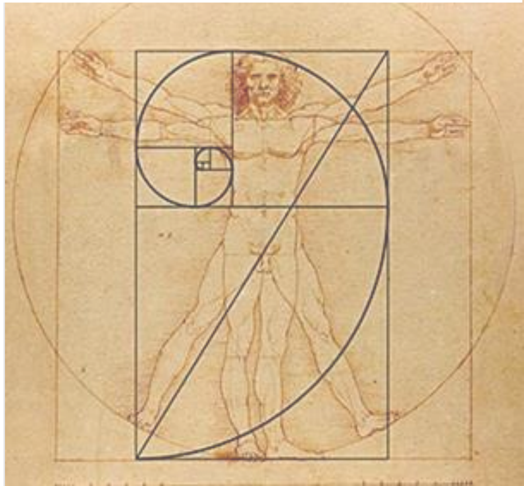


ALTRI ESEMPI

- La conchiglie del nautilus, sezionata, ha come contorno una spirale aurea
- Anche certe galessie o nebulosi hanno spirali auree come bracci
- Anche la pigna ha una “disposizione” a spirali




3
5
1
2
1
13
8




GRAZIE E BUONO STUDIO!

IL TEAM DI NOTEACHER <3